Prof. Dr. Alfred Toth

Geisterbahnen als Graphen

1. Ein Graph ist ein Paar $G = (E, K)$ disjunkter Mengen mit $K \subseteq [E]^2$. Die Elemente von K sind also 2-elementige Teilmengen von E. Die Elemente von E nennt man die Ecken (oder Knoten) des Graphen G, die Elemente K seine Kanten. Wie die Punkte und die sie verbindenden Linien gezeichnet werden, "ob gerade oder geschwungen, disjunkt oder überkreuz, ist eine Frage der Zweckmäßigkeit und der Ästhetik: die formale Definition eines Graphen ist jedenfalls von seiner bildlichen Darstellung unabhängig" (Diestel 1996, S. 2).

Eine Ecke e heisst mit einer Kante k inzident, wenn $e \in k$ $(k \in K)$ gilt. Die beiden mit einer Kante k inzidenten Ecken sind ihre Endecken, und k verbindet diese Ecken. Für eine Kante $\{x, y\}$ schreibt man kürzer auch xy oder yx. Zwei Ecken x, y von G sind adjazent in G, wenn $xy \in K(G)$ sind. Zwei Kanten sind adjazent, wenn sie eine gemeinsame Endecke haben. Sind je zwei Ecken von G adjazent, so heisst G vollständig.

Unter dem Grad oder der Valenz einer Ecke e von G versteht man die Anzahl der mit e inzidenten Kanten. Eine Ecke vom Grad null heisst eine isolierte Ecke. Ein Graph, dessen Kantenmenge leer ist, heisst ein Nullgraph bzw. total unzusammenhängender Graph. In einem Nullgraphen ist jede Ecke isoliert. Ein Graph, in dem alle Ecken denselben Grad haben, wird regulärer Graph genannt.

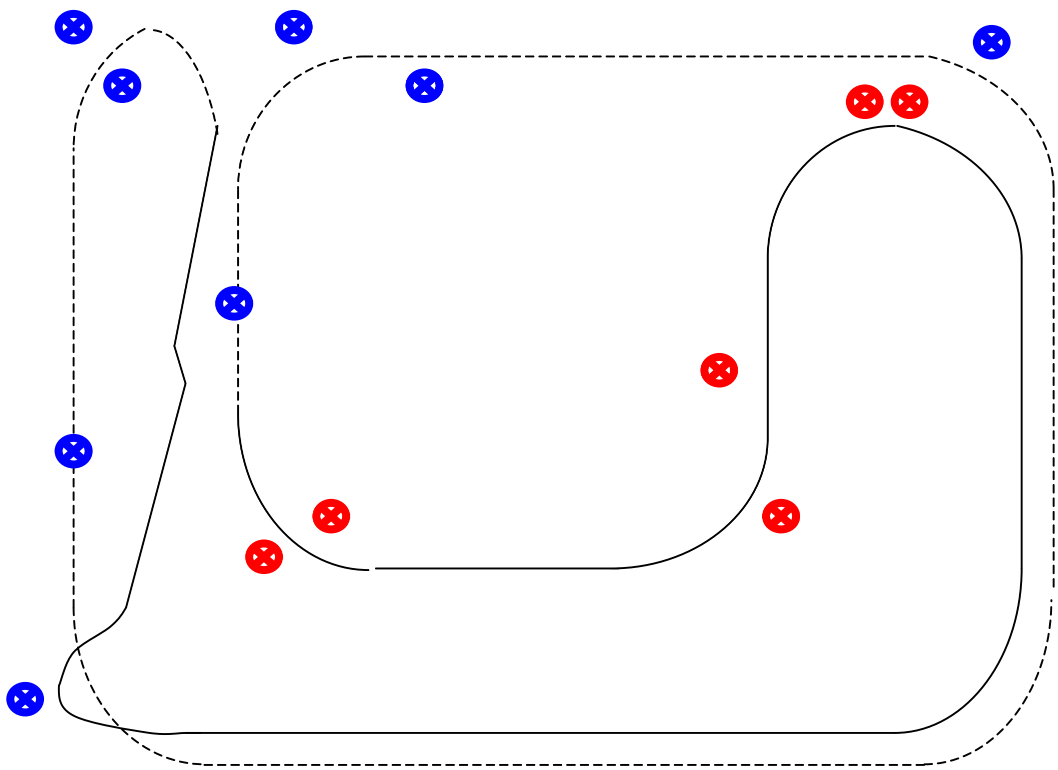
Gilt $E' \subseteq E$ und $K' \subseteq K$, so ist G' ein Teilgraph von G (und G ein Obergraph von G'), geschrieben $G' \subseteq G$.

Ein Graph heisst zusammenhängend, wenn er für je zwei seiner Ecken x, y einen xy-Weg enthält. Unzusammenhängende Graphen bestehen also aus Stücken, die nicht miteinander verbunden sind.

Ein gerichteter Graph ist ein Paar (E, K) diskunkter Mengen (von Ecken und Kanten) zusammen mit zwei Funktionen init: $K \rightarrow E$ und ter: $K \rightarrow E$, die jeder Kante k eine Anfangsecke init(k) und eine Endecke ter(k) zuordnen. Die Kante k heisst dann von init(k) nach ter(k) gerichtet. Man beachte, dass ein gerichteter

Graph zwischen zwei Ecken x, y mehrere Kanten haben kann. Solche Kanten nennt man Mehrfachkanten. Haben zwei Mehrfachkanten die gleiche Richtung, so sind sie parallel. Ist init(k) = ter(k), so ist k eine Schlinge (Loop).

2. Geisterbahnen können nun (wie fast) alles ebenfalls graphentheoretisch betrachtet werden. In einer ersten Näherung betrachten wir die Erscheinungen als Ecken und die Schienen als Kanten:

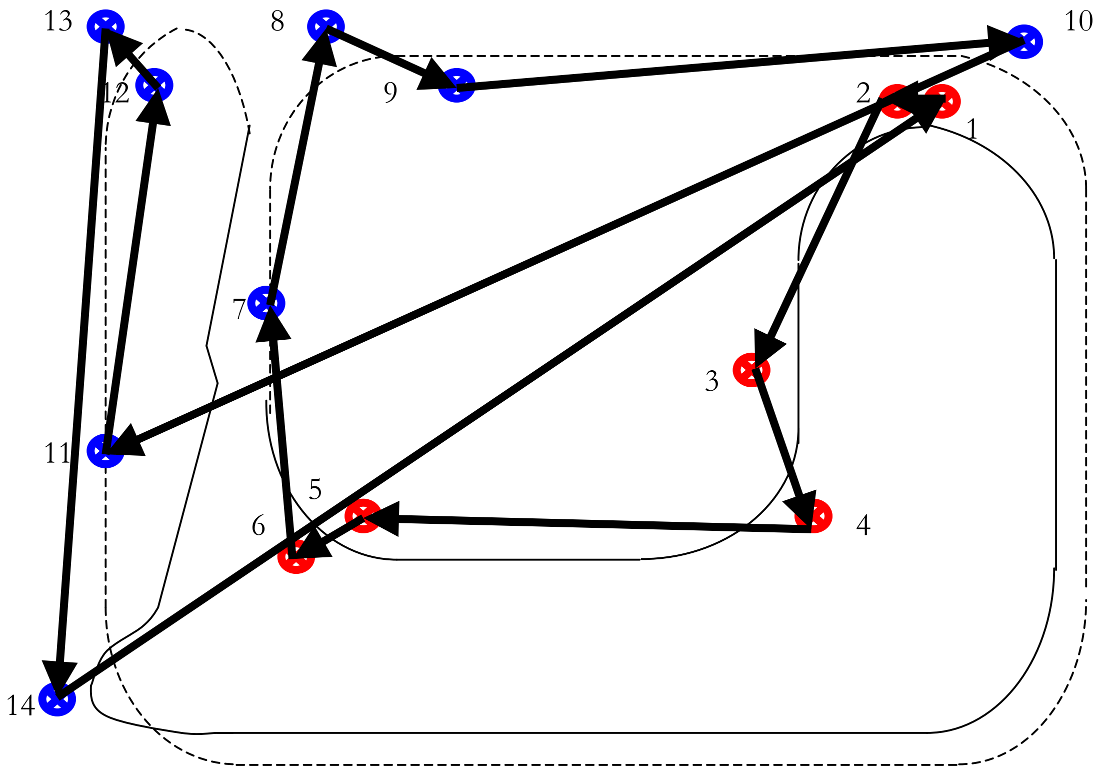


Der Fahrweg der Wiener Prater-Geisterbahn.

Erscheinungen des Parterres

Erscheinungen des 1. Stockes

Nun ist es allerdings so, dass die Ecken streng genommen nicht durch die Schienen verbunden werden, sondern sie „stehen“ an den Schienen, sind ihnen also topologisch nahe, aber nicht graphentheoretisch inzident. Deshalb schlage ich alternativ vor, dass die Erscheinungen als Ecken unabhängig von der Schienenführung durch Kanten verbunden werden. Damit erhält man den folgenden Graph der Wiener Prater-Geisterbahn (vgl. Toth und Hoppel 2008):



Fahrweg und Graph der Wiener Prater-Geisterbahn.

Graph, der die Erscheinungen als Ecken durch Kanten verbindet

Fahrweg und Graph weichen also beträchtlich voneinander ab, z.B. gilt

[14-1] $\cap$ [6-7]

Ausserdem benötigt die Wiener Prater-Geisterbahn zur Darstellung einen nicht-planaren Graphen, denn würde der obige Graph geplättet, hätte die Geisterbahn sich überkreuzende Schienen wie bei Eisenbahnen. Diese Idee wurde bislang noch nicht in Geisterbahnen realisiert. Dass Fahrweg und Graph nicht isomorph sind, hat im wesentlichen zwei praktische Gründe: Zunächst müsste die Geiserbahn sonst durch die Geister so durchfahren, wie sie durch die Erscheinung Nr. 7 durchfährt, eine auf der Schiene liegende Mumie, die durch den Wagen zur Seite geklappt wird. Nr. 7 ist damit der einzige Fall in der Wiener Prater-Geisterbahn, wo eine Kante und eine Ecke gegenseitig inzident sind. Dann spielt der Abstand, d.h. die Adjazenz, aber nicht Inzidenz, in

Geisterbahnen eine bedeutsame Rolle, denn die topologische Nähe zwischen Fahrgast bzw. Wagen und Geist darf nie 0 werden, da sonst die Ästhetik der Zeichenwelt in eine pure entsemiotisierte Objektwelt degradieren würde, vergleichbar mit dem Zerfall der Ästhetik beim totalen Sich-Ausziehen einer Striptease-Tänzerin, worauf Barthes in seinen „Mythologien des Alltags“ und Bense in seiner „Aesthetica“ unabhängig voneinander hingeweisen hatten.

Betrachtet man den Graphen der Wiener Prater-Geisterbahn, so erkennt man, dass er zusammenhängend, vollständig und regulär ist. Jeder Ecke ist genau eine Kante inzident und umgekehrt. Wie bei allen bekannten Geisterbahnen, ist der Graph der Wiener Prater-Geisterbahn damit einem Kreis isomorph, und es erstaunt kaum, dass die Tunnelbahnen, einer der Vorläufer der Geisterbahnen, sowie die kurz vor dem Erscheinen der Geisterbahnen in Europa gebauten Höllenbahnen simple Kreisfahrten hatten (vgl. Dering 1986; Toth und Hoppel 2008).

Wir können damit den Graphen der Wiener Prater-Geisterbahn mit der folgenden Inzidenz-Matrix darstellen, wobei, wie üblich mi die Kanten und ni die Ecken bezeichnet. Da jede Ecke unseres Graphen dieselbe Inzidenzzahl 1 hat und da der Graph keine Loops enthält, gibt es für n Ecken (n-1) Kanten:

m1	m2	m3	m4	m5	m6	m7	m8	m9	m10	m11	m12	m13	
													n1
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	n2
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	n3
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	n4
0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	n5
0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	n6
0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	n7
0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	n8
0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	n9
0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	n10
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	n11
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	n12
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	n13
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	n14

Bibliographie

Barthes, Roland, Mythologien des Alltags. Frankfurt 1987
Bense, Max, Aesthetica. 3. Aufl. Baden-Baden 1982
Dering, Florian, Volksbelustigungen. Nördlingen 1986
Diestel, Reinhard, Graphentheorie. Berlin 1986 (sowie neue Aufl.)
Toth, Alfred/Hoppel, Hasosch H., Die Wiener Prater-Geisterbahn zu Basel. Tucson 2008 (303 S.)

5.8.2009